Algorithmique et Programmation – Examen (durée 3 heures)

Première session du 9 juin 2021

Notes : Aucun document autorisé. Sont interdits les calculatrices, les téléphones, ainsi que tout autre ustensile de calcul ou de communication.

Remarque 1 : Une indication sur le niveau atteint est précisée après chaque exercice. Le niveau de difficulté allant croissant, il est préférable de traiter les exercices dans l'ordre. La réussite de l'exercice 1 est requise pour valider l'examen ; les exercices peuvent ensuite être traités indépendamment de leur ordre.

Remarque 2 : Dans la suite, les indications concernant les nombres de lignes sont données en comptant toute ligne de code non-vide (#include, prototypes, accolades...).

Remarque 3 : Les petits oublis d'un point-virgule, d'une parenthèse, d'une virgule, d'une apostrophe double ou simple, ne seront pas pénalisants tant qu'ils restent **ponctuels**. En revanche, soignez le placement des accolades.

Exercice 1 : Inclusion mutuelle d'objets communicants

Les objets communicants sont de plus en plus nombreux (téléphones et consoles de jeux, casques de vélo et plantes vertes, ...). Nous nous intéressons à l'atteignabilité d'un objet par un autre pour savoir si les deux objets peuvent communiquer par ondes radio, sans nous préoccuper de la technologie utilisée. Pour simplifier, dans le cadre du présent exercice, nous considérons que les récepteurs ont tous la même sensibilité, qu'il n'y a pas d'obstacles entre émetteurs et récepteurs, et que la portée d'un émetteur est la distance maximum à laquelle un récepteur pourra réceptionner et démoduler le signal.

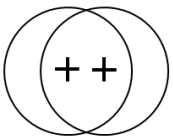
Cet exercice cherche à initier une cartographie d'objets communicants afin de pouvoir calculer les communications possibles.

a) Pour commencer, écrire une **FONCTION** en **LANGAGE C** qui prend en paramètre :

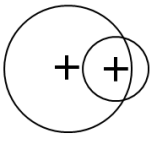
- c1x, c1y, c1r : le centre et le rayon d'un premier cercle ;
- c2x, c2y, c2r : le centre et le rayon d'un deuxième cercle ;

et retourne :

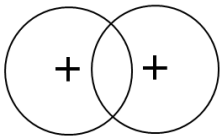
- 3 : lorsque deux cercles incluent le centre de l'autre, ils sont en double inclusion :



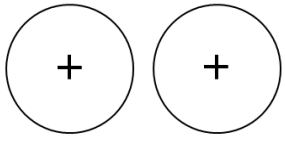
- 2 : lorsque seulement un de deux cercles inclue le centre de l'autre, ils sont en simple inclusion :



- 1 : lorsque seulement un de deux cercles s'intersectent sans y inclure leurs centres, ils sont en intersection :



- 0 : lorsque deux cercles ne s'intersectent pas, ils sont en exclusion :

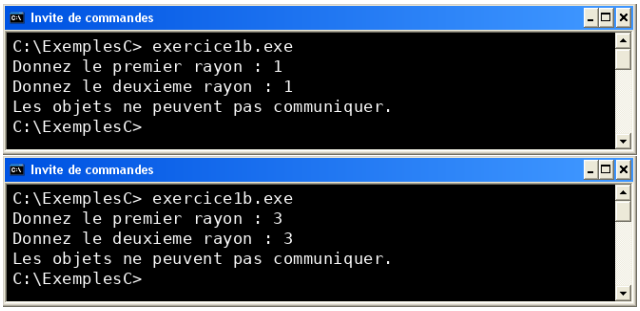


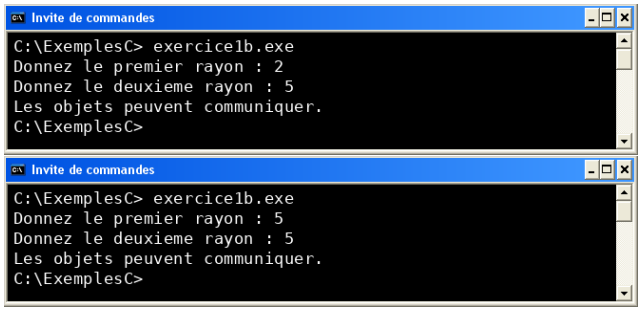
Le prototype de la fonction sera le suivant :

```
char inclusion_cercles (int c1x, int c1y, int c1r, int c2x, int c2y, int c2r) ;
```

b) Pour tester la fonction du (a), écrire un **PROGRAMME** en **LANGAGE C** qui vérifiera si la communication est possible entre deux objets de positions (-2 ; 3) et (2 ; 3) pour lequels l'utilisateur indiquera le rayon de leurs portées respectives. Le programme indiquera alors si une communication est possible (bi-directionnelle, cas 3, ou uni-directionnelle, cas 2) ou impossible (cas 1 ou cas 0).

Ci-après quatre exemples d'exécution de ce programme :

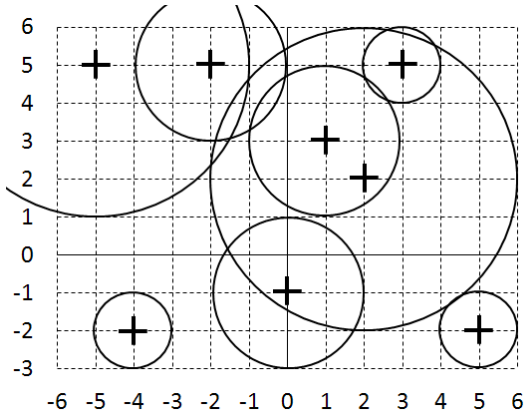




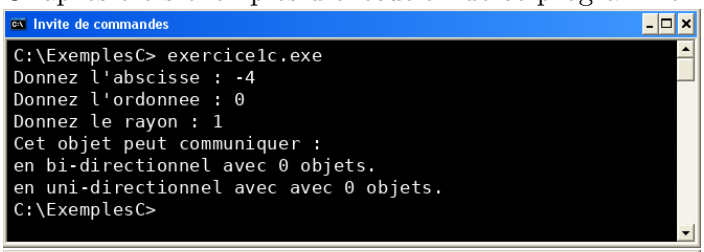
c) Pour amorcer le développement du logiciel de calcul, écrire un **PROGRAMME** en **LANGAGE C** dans lequel sont déclarés les trois tableaux suivants, définissant 8 objets communicants et le rayon de leur portée :

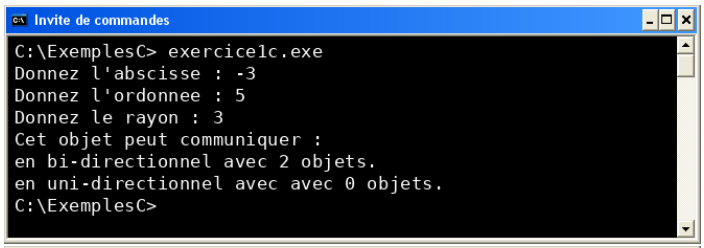
```
int bx[8] = { -2, 3, -4,  5, -5, 1,  0, 2 } ;
int by[8] = {  5, 5, -2, -2,  5, 3, -1, 2 } ;
int br[8] = {  2, 1,  1,  1,  4, 2,  2, 4 } ;
```

Par exemple, le premier objet communicant est positionné en (-2 ; 5) et le rayon de sa portée est de 2. Ces objets communicants et leurs portées ont été représentés graphiquement sur la figure suivante :



Le programme commencera par demander à l'utilisateur de saisir la position et le rayon de la portée d'un nouvel objet communicant, puis affichera (à l'aide d'une boucle) le nombre d'objets avec lesquels il peut communiquer de manière bidirectionnelle ou uni-directionnelle. Ce programme doit lui aussi utiliser la fonction du (a).
Ci-après trois exemples d'exécution de ce programme :





E **Être capable d'écrire des fonctions et des programmes simples**

Exercice 2 : Paquetage d'objets communicants

Nous souhaitons créer un paquetage permettant de manipuler des objets communicants, décrits chacun par sa position et le rayon de la portée de son émetteur. Une partie de ce paquetage est déjà écrite, mais il manque encore deux fonctions. L'objectif de l'exercice est d'écrire les deux fonctions manquantes.

Ci-dessous le fichier d'entête `TObjet.h` déjà écrit :

```
1  /* File: TObjet.h */
2  #ifndef TOBJET_H
3  #define TOBJET_H
4
5  struct objet {
6    int x, y, r ;
7  } ;
8
9  typedef struct objet TObjet ;
10
11 void objet_print (TObjet *b) ;
12
13 char objet_read (TObjet *b, FILE *desc) ;
14
15 char objet_communicate (TObjet *b1, TObjet *b2) ;
16
17 #endif /* TOBJET_H */
```

Ci-dessous le fichier d'implantation `TObjet.c` partiellement écrit :

```
1  /* File: TObjet.c */
2  #include <stdio.h>
3  #include <math.h>
4
5  #include "TObjet.h"
6
7  char inclusion_cercles (int c1x, int c1y, int c1r, int c2x, int c2y, int c2r) ;
8
9  void objet_print (TObjet *b) {
10   printf ("( %2d ; %2d ) ... %d\n", b->x, b->y, b->r) ;
11 }
```

a) La première **FONCTION** en **LANGAGE C** manquante permet de lire un (et un seul) objet depuis un descripteur de fichier ouvert en lecture. Nous considérons que le descripteur de fichier est déjà correctement créé et que chaque ligne du fichier ouvert est structurée comme suit :

- La première ligne indique le nombre d'objets contenus dans le fichier ;
- Chacune des lignes suivantes décrit un et un seul objet ;
- Chacune de ces lignes donne dans l'ordre l'abscisse et l'ordonnée de la position de l'objet, puis le rayon de la portée de son émetteur.

Ci-contre l'exemple du fichier `detection.txt` contenant huit objets communicants (correspondant à la figure de l'exercice 1).

```
1  8
2  -2 5 2
3  3 5 1
4  -4 -2 1
5  -5 -2 1
6  -5 5 4
7  1 3 2
8  0 -1 2
9  2 2 4
```

Écrivez le code de cette fonction `objet_read()` permettant d'initialiser un objet en lisant depuis un descripteur ouvert vers un tel fichier.

b) La deuxième **FONCTION** en **LANGAGE C** manquante permet de savoir si deux objets peuvent communiquer. Pour ce faire, elle doit tout simplement réutiliser et renvoyer la valeur de la fonction `inclusion_cercles()` de l'exercice 1-a. Écrivez le code de cette fonction `objet_communicate()`.

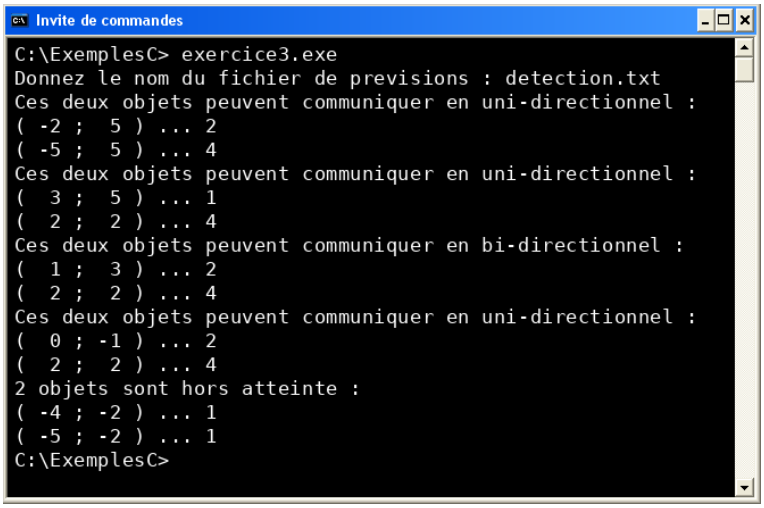
Remarque : Les fonctions utiles pour la manipulation de fichiers sont décrites en annexe 1 (page 6).

D	**Être capable de lire dans des fichiers texte et de manipuler une structure de données**

Exercice 3 : Programme d'analyse des communications entre objets communicants

Écrire un **PROGRAMME** en **LANGAGE C** qui demande de spécifier le nom d'un fichier contenant la liste des objets communicants qui ont été détectés, puis qui lit et stocke les objets communicants contenus dans ce fichier. Ensuite, le programme affiche quels objets peuvent communiquer entre eux, en détaillant si la communication est bidirectionnelle ou uni-directionnelle. Enfin, le programme indique les objets isolés qui sont dans l'impossibilité de communiquer avec les autres objets. Ce programme utilisera habilement les structures de données et les fonctions du paquetage de l'exercice 2.

Ci-dessous un exemple d'exécution de ce programme :



Les deux macro-fonctions suivantes pourront être utilisées afin de faciliter la programmation :

```
7  #define FOPEN(_d,_f,_m) {\
8    if (!(_d = fopen (_f, _m))) {\
9    perror("Error: cannot open file.");\
10   exit (1) ;\
11   }}
12
13 #define MALLOC(_p,_t,_n) {\
14   if (!(_p = malloc (_n * sizeof (_t)))) {\
15   perror("Error: memory allocation failed.");\
16   exit (1) ;\
17   }}
```

— Un fichier peut ainsi être ouvert comme suit : `FOPEN (descripteur, nom, mode)`
Par exemple, pour ouvrir le fichier `scores.txt` en écriture :
`FILE *desc ;`
`FOPEN (desc, "scores.txt", "w") ;`

— Un espace mémoire peut ainsi être alloué comme suit : `MALLOC (pointeur, type, taille)`
Par exemple, pour allouer dynamiquement un tableau de dix entiers :
`int *scores ;`
`MALLOC (scores, int, 10) ;`

Aide : deux boucles imbriquées sont nécessaires.

Remarque : Les fonctions utiles pour la manipulation de fichiers sont décrites en annexe 1 (page 6).

C	**Être capable d'utiliser des pointeurs et des structures de données**

Exercice 4 : Arbres binaires de recherche

Tout cet exercice doit être réalisé dans le pseudo-code du cours d'Algorithmique et Structure de Données.
Dans cet exercice on s'intéresse aux arbres binaires de recherche. Un arbre binaire est une structure arborescente composée de nœuds qui ont chacun une valeur (nommée clef) et zéro à deux fils (nommés gauche et droite) qui sont eux même des arbres binaires.

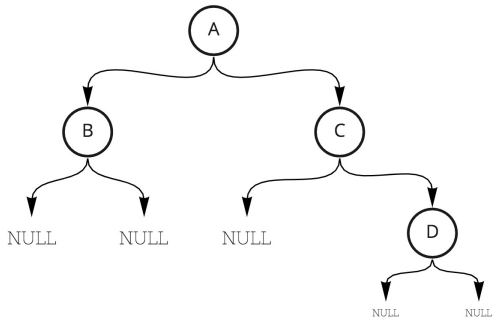


Figure 1. Arbre binaire composé de quatre nœuds (A,B,C,D). Le nœud A a deux fils, le fils de gauche est l'arbre dont la racine est le nœud B. Le fils de droite et l'arbre constitué des nœud C et D. Le Nœud C, n'a pas de sous arbre de gauche. Les Nœuds C et D n'ont pas de sous-arbres. On peut omettre de représenter la valeur NULL pour simplifier la représentation

Un arbre binaire est dit de recherche si pour tout nœud x de l'arbre, toutes les clefs de son sous-arbre de gauche sont inférieures à `x.clef` et toutes les clefs de son sous-arbre de droite sont supérieures à `x.clef`.

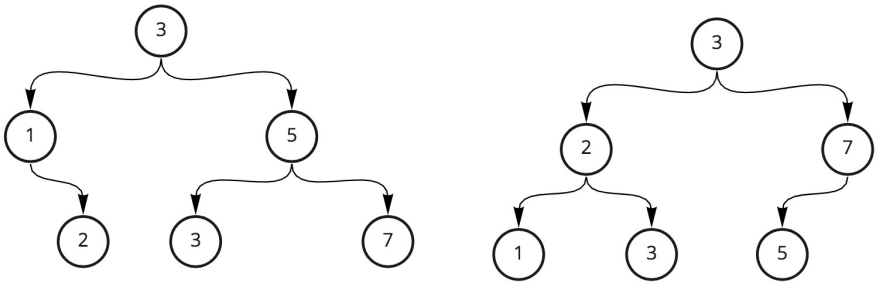


Figure 2. Deux arbres binaires de recherche contenant les valeurs 1,2,3,3,5,7. On peut vérifier que dans la clef d'un nœud est plus grande que toutes les clefs des nœud de l'arbre de gauche et plus petite que les clefs des nœuds du sous-arbre de droite.

On peut construire cette structure de données avec une structure `noeud` à 4 champs :

- `clef` : la valeur du nœud
- `gauche` : une référence à un autre `noeud` qui correspond au sous-arbre de gauche
- `droite` : une référence à un autre `noeud` qui correspond au sous-arbre de droite
- `parent` : une référence à un autre `nœud` dont il est le fils de gauche ou de droite.

Si un nœud n'a pas de sous-arbre de gauche (resp. droit) le champ `gauche` (resp. `droit`) contient la valeur `NULL`.

On peut créer un nouveau nœud en utilisant la fonction `nouveauNoeud( valeur )` qui prend une valeur en entrée et retourne un nœud ayant pour clef `valeur`, et aucun fils. Pour ensuite ajouter un fils gauche par exemple, il suffit d'assigner un nœud au champ `gauche`. Par exemple le code suivant crée un arbre contenant deux nœuds ayant les clefs 5 et 2.

```
var monNoeud = nouveauNoeud( 5 )
monNoeud.gauche = nouveauNoeud( 2)
```

Les algorithmes seront donnés dans le pseudo-code du cours Algorithmique et Structure de Données.

Question 1:

Soit la fonction suivante qui prend en entrée une structure nœud `arbre` racine d'un arbre binaire de recherche et un entier `valeur` et qui retourne l'arbre binaire de recherche resultant de l'insertion de `valeur` dans `arbre`.

```
function insere( arbre, valeur ) {
   if( arbre == NULL ) {
      arbre = nouveauNoeud( valeur )
   } else {
      if( valeur < arbre.clef ) {
         arbre.gauche = insere( arbre.gauche, valeur )
         arbre.gauche.parent = arbre
      } else {
         arbre.droite = insere( arbre.droite, valeur )
         arbre.droite.parent = arbre
      }
   }
   return arbre
}
```

Dessiner l'arbre résultant des appels suivants

```
var arbre
arbre = nouveauNoeud( 2 )
arbre = insere( arbre, 3 )
arbre = insere( arbre, 7 )
arbre = insere( arbre, 1 )
arbre = insere( arbre, 2 )
arbre = insere( arbre, 5 )
arbre = insere( arbre, 5 )
```

Question 2.
Quelle est la hauteur **maximale** d'un arbre contenant N éléments ? Donnez un exemple pour l'arbre de la question 1 contenant les clefs : 2, 3, 7, 1, 2, 5, 5. Dans quel ordre faut-il insérer ces éléments en utilisant la fonction `insere` ?

Question 3.
Quelle est la hauteur **minimale** d'un arbre contenant N éléments ? Donnez un exemple pour l'arbre de la question 1 contenant les clefs : 2, 3, 7, 1, 2, 5, 5. Dans quel ordre faut-il insérer ces éléments en utilisant la fonction `insere` ?

Question 4.
Écrire une fonction `minimum` qui prend en entrée un arbre binaire de recherche et retourne la clef de valeur minimum de l'arbre.

Question 5.
Donner la complexité en termes de nombre de nœuds visités de la fonction minimum en fonction du nombre de nœuds N et/ou de la hauteur de l'arbre h (la hauteur d'un nœud est le nombre de nœud qu'il faut traverser depuis la racine pour atteindre ce nœud. La hauteur de l'arbre est le maximum de la hauteur de nœud. L'arbre de la figure 1 a une hauteur de 3).

Question 6.
Écrire une fonction récursive `aplatir` qui prend en entrée un arbre binaire de recherche et retourne une file des valeurs de l'arbre dans l'ordre croissant. Les opérations sur une file sont les suivantes :

- nouvelleFile() → Crée une file vide
- tete(file) → retourne l'élément en tête de la file
- queue(file) → retourne toute la file sans la tête
- longueur(file) → retourne la longueur de la file
- ajouter(file, element) → retourne une file avec l'élément passé en paramètre à la fin de la file passée en paramètre

Question 7.
Donner la complexité de la fonction aplatir en fonction du nombre de nœuds N et/ou de la hauteur de l'arbre h.

Question 8.
Proposer une méthode pour produire un arbre binaire de recherche de hauteur minimale. Vous pouvez écrire la fonction `reduire` qui prend un arbre binaire de recherche quelconque et retourne un arbre binaire de recherche de hauteur minimale, ou juste décrire le principe.

B / A	Être capable de résoudre des problèmes algorithmiques

Annexe 1 : Extraits de la section 3 des pages de manuel Linux

1. NOM
fopen - Fonctions d'ouverture de flux
2. SYNOPSIS
```
#include <stdio.h>
FILE *fopen(char *path, char *mode);
```
3. DESCRIPTION
La fonction **fopen()** ouvre le fichier dont le nom est contenu dans la chaîne pointée par `path` et lui associe un flux.
L'argument `mode` pointe vers une chaîne commençant par l'une des séquences suivantes (éventuellement suivie par des caractères supplémentaires, conformément à la description ci-dessous).
r : Ouvre le fichier en lecture. Le pointeur de flux est placé au début du fichier.
w : Tronque le fichier à son début ou ouvre le fichier en écriture. Le pointeur de flux est placé au début du fichier.
a : Ouvre le fichier en ajout (écriture à la fin du fichier). Le fichier est créé s'il n'existait pas. Le pointeur de flux est placé à la fin du fichier.
4. VALEUR RENVOYÉE
Si elle réussit intégralement, **fopen()** renvoie un pointeur de type `FILE`. Sinon, elle renvoie `NULL` et `errno` contient le code d'erreur.

1. NOM
perror - Afficher un message d'erreur système
2. SYNOPSIS
```
#include <stdio.h>
void perror(char *s);
#include <errno.h>
int errno;
```
3. DESCRIPTION
La fonction **perror()** affiche un message sur la sortie d'erreur standard, décrivant la dernière erreur rencontrée durant un appel système ou une fonction de bibliothèque décrite par `errno`.
Notez que `errno` est indéfinie après un appel de fonction de bibliothèque réussi. Cette fonction peut modifier `errno` même si elle réussit, ne serait-ce que par des appels système internes qui peuvent échouer. Ainsi, si un appel qui échoue n'est pas immédiatement suivi par **perror()**, la valeur de `errno` doit être sauvegardée.

1. NOM
feof - Vérifier l'état d'un flux
2. SYNOPSIS
```
#include <stdio.h>
int feof(FILE *stream);
```
3. DESCRIPTION
La fonction **feof()** teste l'indicateur de fin de fichier du flux pointé par `stream` et renvoie une valeur non nulle si cet indicateur est actif.

1. NOM
fscanf - Entrées formatées
2. SYNOPSIS
```
#include <stdio.h>
int fscanf(FILE *stream, char *format, ...);
```
3. DESCRIPTION
La fonction **fscanf()** lit ses entrées depuis le flux pointé par `stream`. La fonction **fscanf()** analysent les entrées au même format que la fonction **scanf()** .
4. VALEUR RENVOYÉE
La fonction **fscanf()** renvoie le nombre d'éléments d'entrées correctement mis en correspondance et assignés. Ce nombre peut être plus petit que le nombre d'éléments attendus, et même être nul, s'il y a une erreur de mise en correspondance.
Le filtre pour lire une ligne entière sous forme d'une chaîne de caractères est `%[^\r\n]s`.

1. NOM
fprintf - Formatage des sorties
2. SYNOPSIS
```
#include <stdio.h>
int fprintf(FILE *stream, char *format, ...);
```
3. DESCRIPTION
La fonction **fprintf()** écrit sa sortie sur le flux `stream` indiqué. Comme la fonction **printf()**, cette fonction crée sa sortie sous le contrôle d'une chaîne de format qui indique les conversions à apporter aux arguments qui suivent.
3.1. VALEUR RENVOYÉE
En cas de succès, la fonction **fprintf()** renvoie le nombre de caractères affichés (sans compter l'octet nul final utilisé pour terminer les sorties dans les chaînes).

1. NOM
fclose - Fermer un flux
2. SYNOPSIS
```
#include <stdio.h>
int fclose(FILE *fp);
```
3. DESCRIPTION
La fonction **fclose()** vide le flux pointé par `fp` (en écrivant toute donnée de sortie en tampon avec **fflush**(3)) et ferme le descripteur de fichier sous-jacent.
4. VALEUR RENVOYÉE
Si la fonction réussit intégralement, elle renvoie 0, sinon elle renvoie `EOF` et `errno` contient le code d'erreur. Dans tous les cas, tout autre accès ultérieur au flux (y compris un autre appel de **fclose()**) conduit à un comportement indéfini.