Algorithmique et Programmation – Examen (durée 3 heures)

Deuxième session du 22 juin 2021

Notes : Aucun document autorisé. Sont interdits les calculatrices, les téléphones, ainsi que tout autre ustensile de calcul ou de communication.

Remarque 1 : Une indication sur le niveau atteint est précisée après chaque exercice. Le niveau de difficulté allant croissant, il est préférable de traiter les exercices dans l'ordre. La réussite de l'exercice 1 est requise pour valider l'examen ; les exercices peuvent ensuite être traités indépendamment de leur ordre.

Remarque 2 : Dans la suite, les indications concernant les nombres de lignes sont données en comptant toute ligne de code non-vide (#include, prototypes, accolades...).

Remarque 3 : Les petits oublis d'un point-virgule, d'une parenthèse, d'une virgule, d'une apostrophe double ou simple, ne seront pas pénalisants tant qu'ils restent **ponctuels**. En revanche, soignez le placement des accolades.

Exercice 1 : Intervalles d'acceptabilité

Notre logiciel de calcul permet de résoudre un problème (mécanique, électronique, gestion industrielle, ...) et utilise pour cela des intervalles d'acceptabilités. Lorsqu'une valeur est testée, elle est soit dans l'intervalle, soit hors de l'intervalle. Nous mettons en place dans cet exercice les fonctionnalités qui permettront de manipuler des intervalles d'acceptabilité.

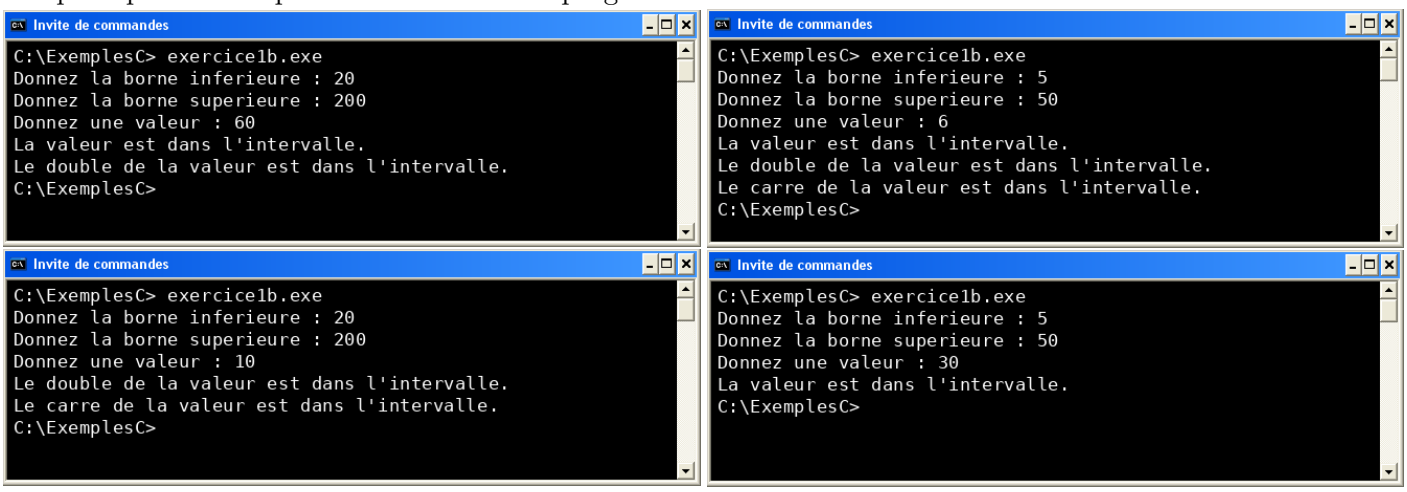
a) Écrire une **FONCTION** en **LANGAGE C** qui prend en paramètre :

- la borne inférieure de l'intervalle ;
- la borne supérieure de l'intervalle ;
- et la valeur testée ;

et retourne la valeur nulle (zéro) si valeur est en dehors de l'intervalle, ou sinon une valeur positive correspondant à la longueur de l'intervalle lorsque la valeur est comprise dans líntervalle. Nous considérons que les bornes sont inclues dans les intervalles : [borne_inf ; borne_sup]. La longueur d'un intervalle sera mesurée comme la différence entre sa borne supérieure et sa borne inférieure.
Le prototype de la fonction sera le suivant :

```
int dans_intervalle (int borne_inf, int borne_sup, int valeur) ;
```

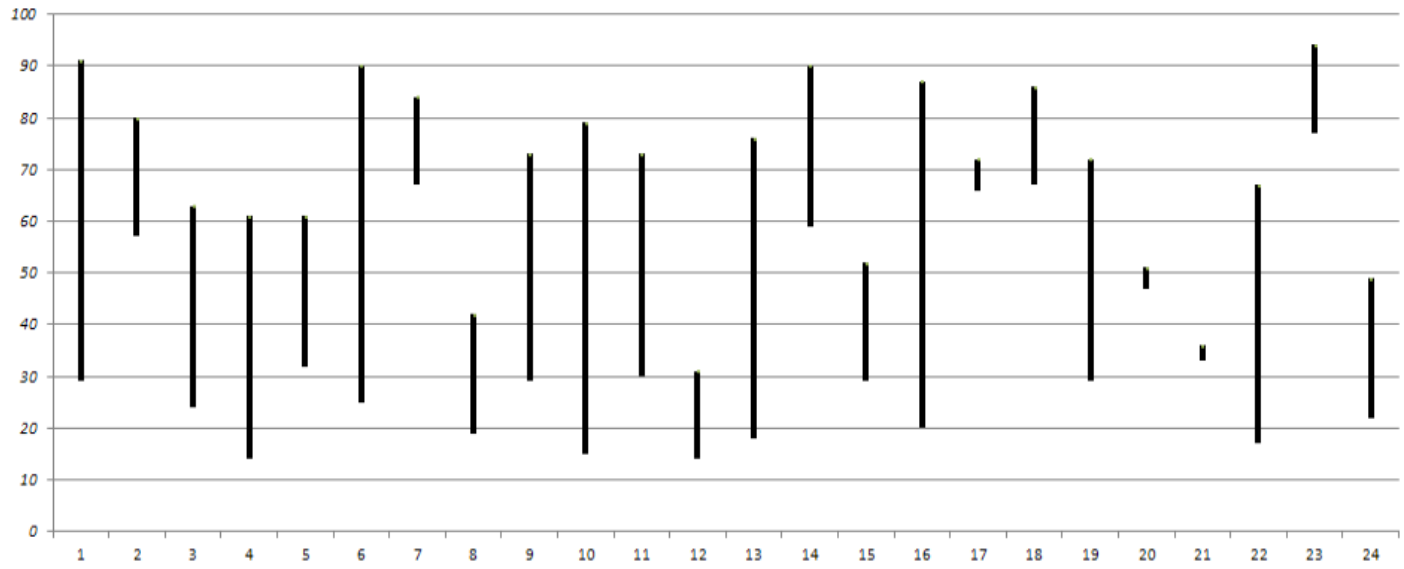
b) Pour tester la fonction du (a), écrire un **PROGRAMME** en **LANGAGE C** dans lequel l'utilisateur commence par indiquer une borne inférieure et une borne supérieure, puis donne une valeur. Ensuite, le programme informe si la valeur est dans l'intervalle, si le double de la valeur est dans l'intervalle et si le carré de la valeur est dans l'intervalle.
Ci-après quatre exemples d'exécution de ce programme :



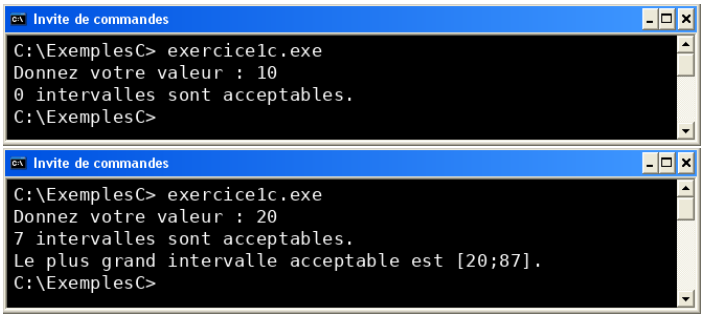
c) Pour amorcer le développement du logiciel de calcul, écrire un **PROGRAMME** en **LANGAGE C** qui dans lequel sont déclarés les deux tableaux suivants, définissant 24 bornes inférieures et les bornes supérieures :

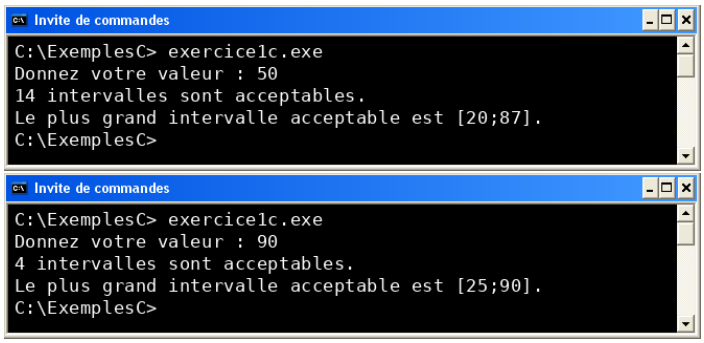
```
int inf[24] = { 29, 57, 24, 14, 32, 25, 67, 19, 29, 15, 30, 14, 18, 59, 29, 20,
                66, 67, 29, 47, 33, 17, 77, 22 } ;
int sup[24] = { 91, 80, 63, 61, 61, 90, 84, 42, 73, 79, 73, 31, 76, 90, 52, 87,
                72, 86, 72, 51, 36, 67, 94, 49 } ;
```

Ces bornes définissent ainsi 24 intervalles. Par exemple, le premier intervalle est [29 ; 91]. Ces intervalles ont été représentés graphiquement sur la figure suivante :



Le programme commencera par demander à l'utilisateur de saisir une valeur, puis affichera le nombre d'intervalles dans lesquels la valeur est acceptée (càd comprise entre la borne inférieure et la borne supérieure), puis affichera, avant de s'arrêter, le plus grand intervalles acceptant la valeur.
Ci-après trois exemples d'exécution de ce programme :





N.B. : Un seul parcours de tableau suffit.

Remarques :

- *entre 3 et 6 lignes (environ) pour le (a)*
- *plus ou moins 16 lignes (environ) pour le (b)*
- *plus ou moins 20 lignes (environ) pour le (c)*
- *les programmes du (b) et du (c) doivent utiliser la fonction du (a)*

E Être capable d'écrire des fonctions et des programmes simples

Exercice 2 : Paquetage de gestion d'intervalles

Nous souhaitons créer un paquetage permettant de manipuler des intervalles, décrits chacun par une borne inférieure et une borne supérieure. Une partie de ce paquetage est déjà écrite, mais il manque encore deux fonctions. L'objectif de l'exercice est d'écrire les deux fonctions manquantes.

Ci-dessous le fichier d'entête `TRange.h` déjà écrit :

```
1  /* File: TRange.h */
2  #ifndef TRANGE_H
3  #define TRANGE_H
4
5  struct range {
6    int inf ;
7    int sup ;
8  } ;
9
10 typedef struct range TRange ;
11
12 void range_print (TRange *range) ;
13
14 char range_read (TRange *range, FILE *desc) ;
15
16 char range_contains (TRange *range1, TRange *range2) ;
17
18 #endif /* TRANGE_H */
```

Ci-dessous le fichier d'implantation `TRange.c` partiellement écrit :

```
1  /* File: TRange.c */
2  #include <stdio.h>
3
4  #include "TRange.h"
5
6  void range_print (TRange *range) {
7    printf ("[␣%d␣;␣%d␣]\n", range->inf, range->sup) ;
8  }
```

a) La première **FONCTION EN LANGAGE C** manquante permet de lire un (et un seul) intervalle depuis un descripteur de fichier. Nous considérons que le descripteur de fichier est déjà correctement créé et que chaque ligne du fichier ouvert est structurée comme suit :

- Chaque ligne décrit un et un seul intervalle ;
- Son premier élément est la borne inférieure de l'intervalle ;
- Son deuxième élément est la borne supérieure de l'intervalle.

Ci-contre l'exemple du fichier `bornes.txt` décrivant vingt quatre intervalles (correspondant au vingt quatre intervalles de la figure de l'exercice 1).

```
1  29 91
2  57 80
3  24 63
4  14 61
5  32 61
6  25 90
7  67 84
8  19 42
9  29 73
10 15 79
11 30 73
12 14 31
13 18 76
14 59 90
15 29 52
16 20 87
17 66 72
18 67 86
19 29 72
20 47 51
21 33 36
22 17 67
23 77 94
24 22 49
```

La fonction retourne une valeur vraie en cas de réussite de la lecture, ou faux sinon.

Écrivez le code de cette fonction `range_read()` permettant d'initialiser un intervalle en lisant depuis un descripteur ouvert vers un tel fichier.

b) La deuxième **FONCTION** en **LANGAGE C** manquante permet de savoir si un premier intervalle contient un deuxième intervalle. Ainsi, la fonction retourne vrai si `range2` est inclu dans `range1`), ou faux sinon.

Écrivez le code de cette fonction `range_contains()`.

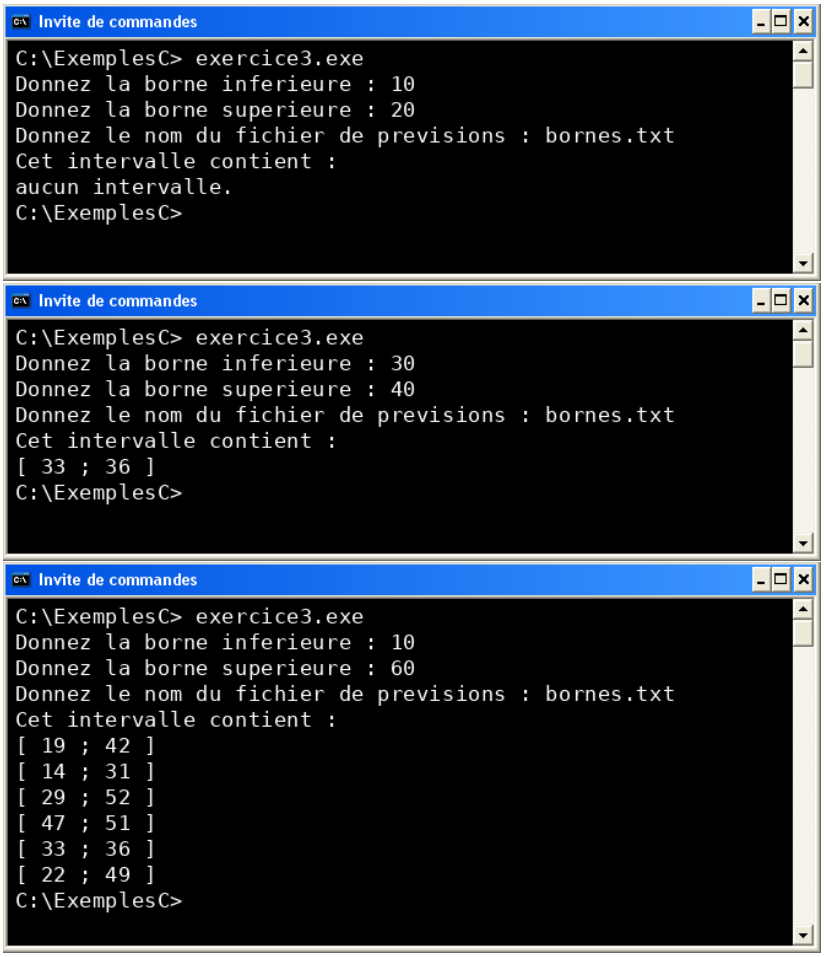
Remarque : Les fonctions utiles pour la manipulation de fichiers sont décrites en annexe 1 (page 8).

D	**Être capable de lire dans des fichiers texte et de manipuler une structure de données**

Exercice 3 : Programme de simulation d'une installation énergétique

Écrire un **PROGRAMME** en **LANGAGE C** qui demande de spécifier les bornes inférieures et supérieures d'un intervalle de référence, puis demande le nom du fichier des intervalles à lire. Le programme lit ensuite les intervalles contenus dans le fichier, et indique à chaque fois si l'intervalle lu est inclu dans l'intervalle de référence. Ce programme utilisera habilement les structures de données et les fonctions du paquetage de l'exercice 2.

Ci-dessous trois exemples d'exécution de ce programme :



Remarque : Les fonctions utiles pour la manipulation de fichiers sont décrites en annexe 1 (page 8).

C **Être capable d'utiliser des pointeurs et des structures de données**

Exercice 4 : Arbres binaires de recherche

Tout cet exercice doit être réalisé dans le pseudo-code du cours d'Algorithmique et Structure de Données.
Dans cet exercice on s'intéresse aux arbres binaires de recherche. Un arbre binaire est une structure arborescente composée de nœuds qui ont chacun une valeur (nommée clef) et zéro à deux fils (nommés gauche et droite) qui sont eux même des arbres binaires.

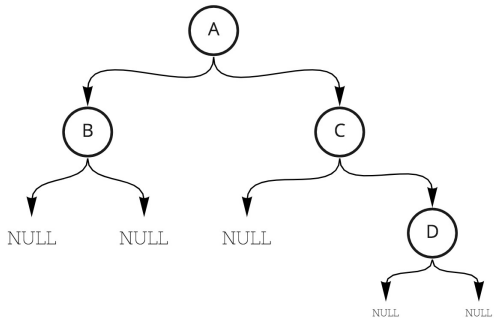


Figure 1. Arbre binaire composé de quatre nœuds (A,B,C,D). Le nœud A a deux fils, le fils de gauche est l'arbre dont la racine est le nœud B. Le fils de droite et l'arbre constitué des nœud C et D. Le Nœud C, n'a pas de sous arbre de gauche. Les Nœuds C et D n'ont pas de sous-arbres. On peut omettre de représenter la valeur NULL pour simplifier la représentation

Un arbre binaire est dit de recherche si pour tout nœud x de l'arbre, toutes les clefs de son sous-arbre de gauche sont inférieures à `x.clef` et toutes les clefs de son sous-arbre de droite sont supérieures à `x.clef`.

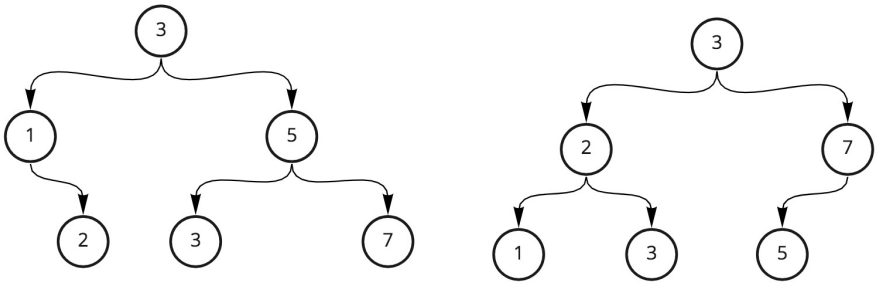


Figure 2. Deux arbres binaires de recherche contenant les valeurs 1,2,3,3,5,7. On peut vérifier que dans la clef d'un nœud est plus grande que toutes les clefs des nœud de l'arbre de gauche et plus petite que les clefs des nœuds du sous-arbre de droite.

On peut construire cette structure de données avec une structure `noeud` à 4 champs :

- `clef` : la valeur du nœud
- `gauche` : une référence à un autre `noeud` qui correspond au sous-arbre de gauche
- `droite` : une référence à un autre `noeud` qui correspond au sous-arbre de droite
- `parent` : une référence à un autre `nœud` dont il est le fils de gauche ou de droite.

Si un nœud n'a pas de sous-arbre de gauche (resp. droit) le champ `gauche` (resp. `droit`) contient la valeur `NULL`.

On peut créer un nouveau nœud en utilisant la fonction `nouveauNoeud( valeur )` qui prend une valeur en entrée et retourne un nœud ayant pour clef `valeur`, et aucun fils. Pour ensuite ajouter un fils gauche par exemple, il suffit d'assigner un nœud au champ `gauche`. Par exemple le code suivant crée un arbre contenant deux nœuds ayant les clefs 5 et 2.

```
var monNoeud = nouveauNoeud( 5 )
monNoeud.gauche = nouveauNoeud( 2)
```

Les algorithmes seront donnés dans le pseudo-code du cours Algorithmique et Structure de Données.

Question 1:

Soit la fonction suivante qui prend en entrée une structure nœud `arbre` racine d'un arbre binaire de recherche et un entier `valeur` et qui retourne l'arbre binaire de recherche resultant de l'insertion de `valeur` dans `arbre`.

```
function insere( arbre, valeur ) {
   if( arbre == NULL ) {
      arbre = nouveauNoeud( valeur )
   } else {
      if( valeur < arbre.clef ) {
         arbre.gauche = insere( arbre.gauche, valeur )
         arbre.gauche.parent = arbre
      } else {
         arbre.droite = insere( arbre.droite, valeur )
         arbre.droite.parent = arbre
      }
   }
   return arbre
}
```

Dessiner l'arbre résultant des appels suivants

```
var arbre
arbre = nouveauNoeud( 2 )
arbre = insere( arbre, 3 )
arbre = insere( arbre, 7 )
arbre = insere( arbre, 1 )
arbre = insere( arbre, 2 )
arbre = insere( arbre, 5 )
arbre = insere( arbre, 5 )
```

Question 2.
Quelle est la hauteur **maximale** d'un arbre contenant N éléments ? Donnez un exemple pour l'arbre de la question 1 contenant les clefs : 2, 3, 7, 1, 2, 5, 5. Dans quel ordre faut-il insérer ces éléments en utilisant la fonction `insere` ?

Question 3.
Quelle est la hauteur **minimale** d'un arbre contenant N éléments ? Donnez un exemple pour l'arbre de la question 1 contenant les clefs : 2, 3, 7, 1, 2, 5, 5. Dans quel ordre faut-il insérer ces éléments en utilisant la fonction `insere` ?

Question 4.
Écrire une fonction `minimum` qui prend en entrée un arbre binaire de recherche et retourne la clef de valeur minimum de l'arbre.

Question 5.
Donner la complexité en termes de nombre de nœuds visités de la fonction minimum en fonction du nombre de nœuds N et/ou de la hauteur de l'arbre h (la hauteur d'un nœud est le nombre de nœud qu'il faut traverser depuis la racine pour atteindre ce nœud. La hauteur de l'arbre est le maximum de la hauteur de nœud. L'arbre de la figure 1 a une hauteur de 3).

Question 6.
Écrire une fonction récursive `aplatir` qui prend en entrée un arbre binaire de recherche et retourne une file des valeurs de l'arbre dans l'ordre croissant. Les opérations sur une file sont les suivantes :

- nouvelleFile() → Crée une file vide
- tete(file) → retourne l'élément en tête de la file
- queue(file) → retourne toute la file sans la tête
- longueur(file) → retourne la longueur de la file
- ajouter(file, element) → retourne une file avec l'élément passé en paramètre à la fin de la file passée en paramètre

Question 7.
Donner la complexité de la fonction aplatir en fonction du nombre de nœuds N et/ou de la hauteur de l'arbre h.

Question 8.
Proposer une méthode pour produire un arbre binaire de recherche de hauteur minimale. Vous pouvez écrire la fonction `reduire` qui prend un arbre binaire de recherche quelconque et retourne un arbre binaire de recherche de hauteur minimale, ou juste décrire le principe.

B / A	Être capable de résoudre des problèmes algorithmiques

Annexe 1 : Extraits de la section 3 des pages de manuel Linux

1. NOM
fopen - Fonctions d'ouverture de flux
2. SYNOPSIS
```
#include <stdio.h>
FILE *fopen(char *path, char *mode);
```
3. DESCRIPTION
La fonction **fopen()** ouvre le fichier dont le nom est contenu dans la chaîne pointée par `path` et lui associe un flux.
L'argument `mode` pointe vers une chaîne commençant par l'une des séquences suivantes (éventuellement suivie par des caractères supplémentaires, conformément à la description ci-dessous).
r : Ouvre le fichier en lecture. Le pointeur de flux est placé au début du fichier.
w : Tronque le fichier à son début ou ouvre le fichier en écriture. Le pointeur de flux est placé au début du fichier.
a : Ouvre le fichier en ajout (écriture à la fin du fichier). Le fichier est créé s'il n'existait pas. Le pointeur de flux est placé à la fin du fichier.
4. VALEUR RENVOYÉE
Si elle réussit intégralement, **fopen()** renvoie un pointeur de type `FILE`. Sinon, elle renvoie `NULL` et `errno` contient le code d'erreur.

1. NOM
perror - Afficher un message d'erreur système
2. SYNOPSIS
```
#include <stdio.h>
void perror(char *s);
#include <errno.h>
int errno;
```
3. DESCRIPTION
La fonction **perror()** affiche un message sur la sortie d'erreur standard, décrivant la dernière erreur rencontrée durant un appel système ou une fonction de bibliothèque décrite par `errno`.
Notez que `errno` est indéfinie après un appel de fonction de bibliothèque réussi. Cette fonction peut modifier `errno` même si elle réussit, ne serait-ce que par des appels système internes qui peuvent échouer. Ainsi, si un appel qui échoue n'est pas immédiatement suivi par **perror()**, la valeur de `errno` doit être sauvegardée.

1. NOM
feof - Vérifier l'état d'un flux
2. SYNOPSIS
```
#include <stdio.h>
int feof(FILE *stream);
```
3. DESCRIPTION
La fonction **feof()** teste l'indicateur de fin de fichier du flux pointé par `stream` et renvoie une valeur non nulle si cet indicateur est actif.

1. NOM
fscanf - Entrées formatées
2. SYNOPSIS
```
#include <stdio.h>
int fscanf(FILE *stream, char *format, ...);
```
3. DESCRIPTION
La fonction **fscanf()** lit ses entrées depuis le flux pointé par `stream`. La fonction **fscanf()** analysent les entrées au même format que la fonction **scanf()** .
4. VALEUR RENVOYÉE
La fonction **fscanf()** renvoie le nombre d'éléments d'entrées correctement mis en correspondance et assignés. Ce nombre peut être plus petit que le nombre d'éléments attendus, et même être nul, s'il y a une erreur de mise en correspondance.
Le filtre pour lire une ligne entière sous forme d'une chaîne de caractères est `%[^\r\n]s`.

1. NOM
fprintf - Formatage des sorties
2. SYNOPSIS
```
#include <stdio.h>
int fprintf(FILE *stream, char *format, ...);
```
3. DESCRIPTION
La fonction **fprintf()** écrit sa sortie sur le flux `stream` indiqué. Comme la fonction **printf()**, cette fonction crée sa sortie sous le contrôle d'une chaîne de format qui indique les conversions à apporter aux arguments qui suivent.
3.1. VALEUR RENVOYÉE
En cas de succès, la fonction **fprintf()** renvoie le nombre de caractères affichés (sans compter l'octet nul final utilisé pour terminer les sorties dans les chaînes).

1. NOM
fclose - Fermer un flux
2. SYNOPSIS
```
#include <stdio.h>
int fclose(FILE *fp);
```
3. DESCRIPTION
La fonction **fclose()** vide le flux pointé par `fp` (en écrivant toute donnée de sortie en tampon avec **fflush**(3)) et ferme le descripteur de fichier sous-jacent.
4. VALEUR RENVOYÉE
Si la fonction réussit intégralement, elle renvoie 0, sinon elle renvoie `EOF` et `errno` contient le code d'erreur. Dans tous les cas, tout autre accès ultérieur au flux (y compris un autre appel de **fclose()**) conduit à un comportement indéfini.